Raumgeometrie im Umfeld von Kunst, Natur und Technik

Georg Glaeser, Universität für angewandte Kunst Wien

Kurzfassung: In diesem Aufsatz werden exemplarisch Anwendungen der Raumgeometrie in Kunst, Natur und Technik (abwickelbare Flächen, Spiegelungen, Drehungen) aufgelistet und illustriert. Das Erkennen geometrischer Problematik in den verschiedensten Bereichen kann – zusammen mit den bewährten Methoden der Geometrie – helfen, Zusammenhänge aufzudecken und sogar neue Erkenntnisse in anderen Disziplinen (wie etwa der Biologie und der Physik) ermöglichen.

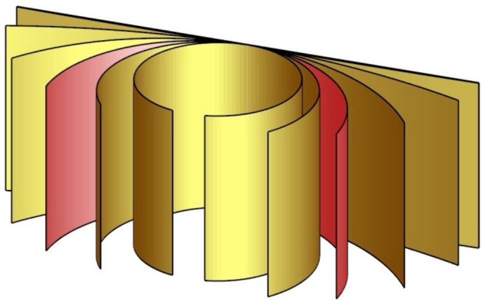
Einleitung

Geometrie beeinflusst unser Denken und unsere Wahrnehmung wie kaum eine andere Wissenschaft, wenn auch oft unbewusst. Ziel eines modernen Geometrieunterrichts sollte es u.A. sein, dieses geometrische Denken aufzuzeigen und zu analysieren. Das Erkennen geometrischer Problematik ist der erste und wichtigste Schritt zur Lösung nicht weniger Aufgaben. Fragen wie „Wann und warum kann man manche Flächengattungen abwickeln, andere aber nicht?“, „Wie funktioniert visuelle Wahrnehmung wirklich?“ oder „Was passiert bei einer Spiegelung oder Brechung?“ wecken die Neugierde jedes Menschen und liefern eine Vielzahl von interessanten Anwendungen, die ihrerseits schrittweise zum Aufbau eines theoretischen Hintergrunds führen. Querverbindungen zur Physik, Geografie, Biologie, Bildenden Kunst, Architektur uvm. sind zuhauf gegeben und werden exemplarisch besprochen.

Die Computerbilder wurden durchwegs mit dem Programmiersystem Open Geometry [3] erstellt. Viele der Abbildungen in diesem Aufsatz stammen mit Einverständnis des Verlags aus [1] und [2]. Am Schluss werden neben Literaturangaben auch Internetadressen angegeben, die Zusatzinformationen zu den angeschnittenen Themen liefern sollen.

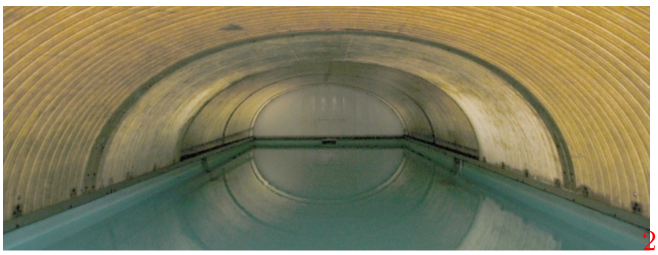
Abwickelbare Flächen

Unter den verschiedenen Flächenklassen spielen die abwickelbaren Flächen, also die Zylinder, Kegel und Torsen, eine in der Praxis wichtige Rolle.



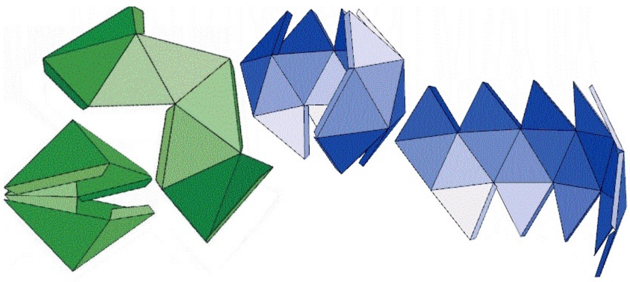
1

Abb. 1 zeigt Sequenzen einer möglichen Abwicklung eines Drehzylinders. Die rot eingezeichnete Zwischenlage kann als Überdeckung eines Schwimmbeckens verwendet werden (Abb. 2), wobei sich näherungsweise ein halb-elliptischer Zylinder einstellt.



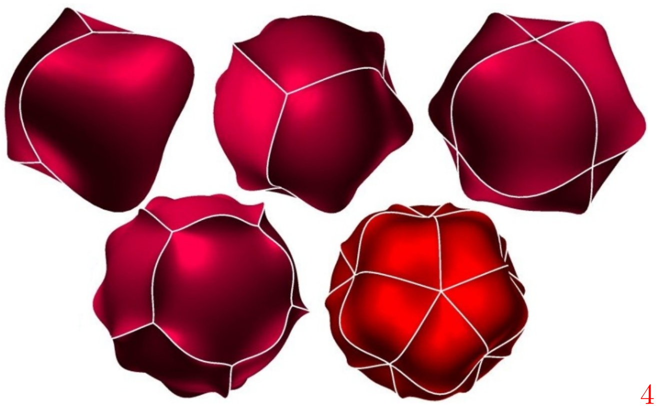
2

Es ist wohl Wunschtraum jedes Architekten, beliebig gekrümmte Flächen möglichst kostengünstig herstellen zu können. Was wäre da angenehmer und ökonomischer, als diese Flächen z.B. aus möglichst vielen kongruenten Bausteinen zusammenzusetzen bzw. zu approximieren?



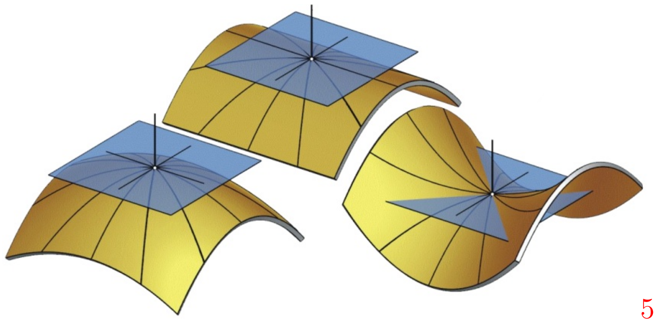
3

Die Geometrie gibt dazu eindeutige (und sehr restriktive) Antworten: Abwickelbare Flächen kann man so bauen / annähern, alle anderen nicht. Rein theoretisch erhält man z.B. stets ein regelmäßiges Tetraeder, Oktaeder oder Ikosaeder (Abb. 3), wenn man gleichseitige Dreiecke aneinander heftet.



4

Ersetzt man wie in Abb. 4 die regelmäßigen Polygone der platonischen Körper durch Kreise (diese werden aus Plastik ausgeschnitten und verschweißt), dann erhält man nach dem Aufblasen des Körpers interessante neue Formen.



5

Abwickelbare Flächen (Abb. 5 Mitte) dürfen ausschließlich parabolische Punkte enthalten. Flächenteile mit elliptischen Punkten (Abb. 5 links) bzw. hyperbolischen Flächenpunkten (Abb. 5 rechts) müssen gedehnt oder gestaucht werden, um sie in die Ebene auszubreiten.

6

Dies führt in extremeren Fällen zu Rissen. Umgekehrt bleiben abwickelbare Flächen stückweise abwickelbar, wenn sie Verformungen ausgesetzt werden, welche die „innere Geometrie“ der Fläche teilweise intakt lassen (Abb. 6).
Praktiker geben sich mit dieser Antwort nur ungern zufrieden und finden – zum Erstaunen der Theoretiker – manchmal Lösungen, die in Spezialfällen die Theorie bis zu einem gewissen Grad Lügen strafen: Bei Verwendung geeigneter Materialien (z.B. Latten aus Aluminium, die geringfügig gedehnt werden können) oder Zulassen gewisser Toleranzen beim Zusammenfügen von Bauelementen entstehen „fast abwickelbare“ Gebilde.

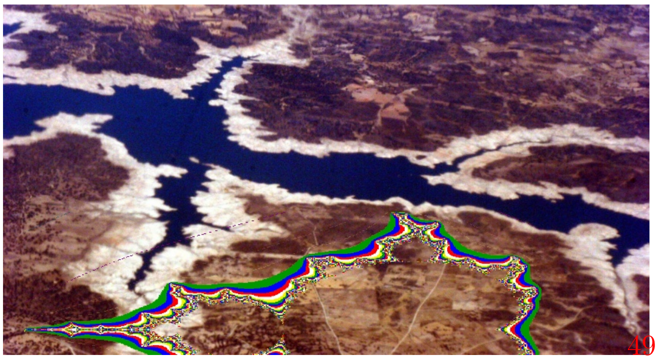
⋮

Weiterer Text siehe Originalpublikation:
(Informationsblätter der Geometrie, Heft 1 / 2006)

⋮

48

Große Objekte bestehen immer aus vielen kleinen Bausteinen. Ein Gletscher sieht vom Flugzeug aus betrachtet (Abb. 48 links) natürlich ganz anders aus als Eiskristalle bei näherer Betrachtung. In Abb. 48 rechts ist zu erkennen, dass Kristalle auch schraubenförmig angeordnet sein können.



49

Abb. 49 zeigt eine spanische Seenlandschaft nach einer Dürreperiode, ebenfalls aus großer Höhe aufgenommen. In das Bild eingeblendet ist eine Mandelbrotmenge (erkenntlich am etwas unterschiedlichen Farbspektrum). Fraktale sind nämlich gut geeignet,um reich gegliederte Landschaften, insbesondere Küstenlandschaften, zu simulieren [17].

Literatur / Internetadressen

[1] G. Glaeser: *Geometrie und ihre Anwendungen in Kunst, Natur und Technik.* Spektrum Verlag/Elsevier, Heidelberg, 2005. `www.uni-ak.ac.at/geom/geom`

[2] G. Glaeser: *Der mathematische Werkzeugkasten.* Spektrum Verlag/Elsevier, Heidelberg, 2.Auflage 2006.

[3] G. Glaeser, H.P. Schröcker: *Handbook on Geometric Programming with Open Geometry.* Springer Verlag, New York, 2002. `www.uni-ak.ac.at/opengeom`

[4] `www.hollein.com/`

[5] `www.coop-himmelblau.at/`

[6] `www.westnet.com/~crywalt/unfold.html`

[7] `www.physik.uni-muenchen.de/leifiphysik/web_ph07_g8/umwelt_technik/02lichtbrechung/lichtbrechung.htm`

[8] `http://de.wikipedia.org/wiki/Katzenauge`

[9] `www.allianz-umweltstiftung.de/upload/allianzumweltstiftung/external_links/16/infomappe_energie.pdf`, S.20

[10] `http://www.wundersamessammelsurium.de/Optisches/SpiegelBieg/`

[11] G. Glaeser: *Reflections on Spheres and Cylinders of Revolution.* Journal for Geometry and Graphics, Vol. 3, No. 2, pp. 121-139 (1999)

[12] Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure.* Elsevier, Heidelberg, 2.Auflage 2005

[13] `www.faszinationlicht.de/download/service/downloadcenter/broschuere/Broschure1.pdf`

[14] H. Stachel: *Das Gleichlauf-Kugelgelenk - ein Beispiel zum anwendungsorientierten Unterricht aus Darstellender Geometrie.* Proceedings SDG Symposium Darstellende Geometrie, Dresden 2000, 151-156. `www.geometrie.tuwien.ac.at/stachel/`

[15] `http://www.uni-koblenz.de/~odsgroe/wwwha/spiralen/www-phyllotaxis/0.phyllotaxis.html`

[16] W. Wunderlich: *Darstellende Geometrie II.* Bibliographisches Institut Mannheim (Band 133), 1967.

[17] `http://www.fraktalwelt.de/lsys/quellen.htm`

[18] E. Kruppa: *Analytische und konstruktive Differentialgeometrie.* Springer Verlag Wien, 1957.

[19] D´Àrcy Thompson: *On Growth and Form.* Cambridge University Press, 1961. Canto Edition Reprint 2000.