

12. Platonische Körper und Polyeder

Polyeder:

Polyeder (Vielflächner) bestehen aus ebenen Polygonen (Vielecken), sind also ebenflächig begrenzte Körper (Quader, Pyramide ...). **Regelmäßige Polyeder** bestehen aus regelmäßigen Vielecken. Es gibt nur **fünf** verschiedene Arten davon:

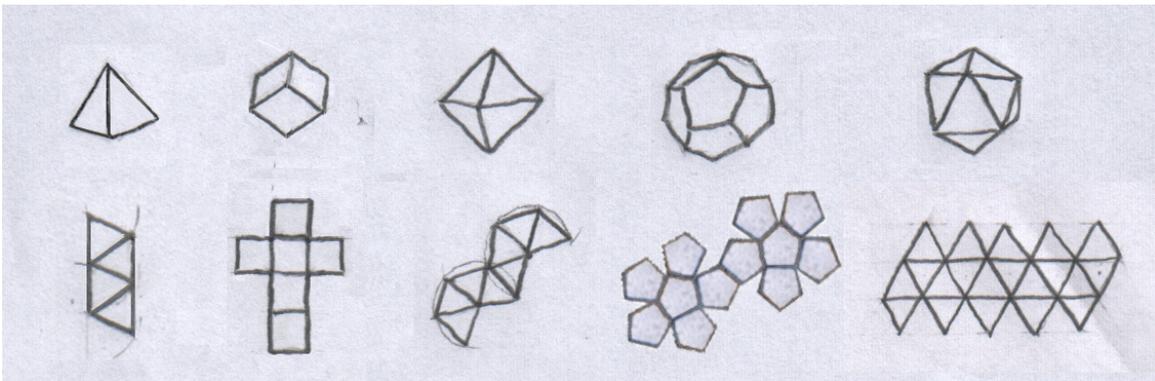


Abbildung 1: Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder, Icosaeder (Platonische Körper)

Abbildung 2 zeigt eine isometrische Darstellung (d.h. die x,y und z-Achse sind 120° versetzt und unverzerrt) eines Icosaeders. Ein solcher Körper ist ohne Wissen über seinen Aufbau schwierig zu zeichnen. Wenn man allerdings weiß, dass sich ein Icosaeder über drei paarweise rechtwinkelige **Goldene Rechtecke** (Seitenlängen stehen im Verhältnis des goldenen Schnittes, also etwa 8:5) definieren lässt, steht einer optimalen isometrischen Darstellung nichts mehr im Wege.

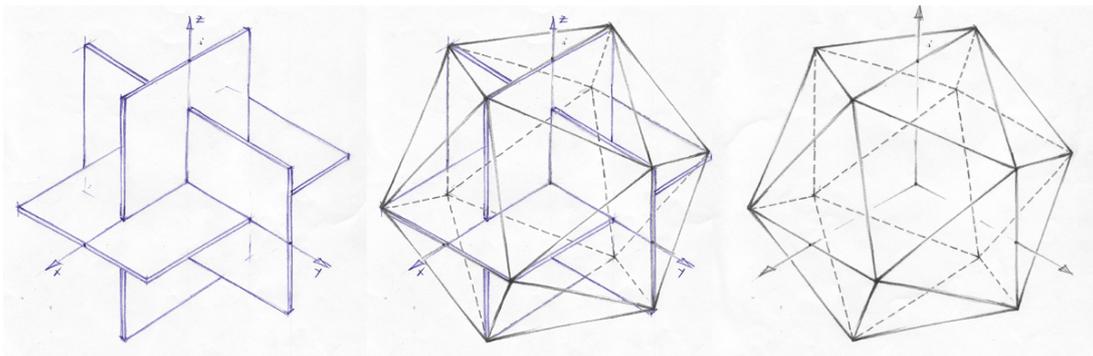


Abbildung 2: Isometrie eines Icosaeders

Regelmäßige Vielecke:

Jedes regelmäßige n - Eck läßt sich konstruieren, indem man den vollen Winkel von 360° durch n teilt, und diesen Winkel mit einem Geodreieck n mal hintereinander aufträgt. Manche Vielecke lassen sich aber auch ohne Winkelmesser (mit Zirkel und Lineal) konstruieren. Während man beim reg. 6 Eck einfach den Radius des umschriebenen Kreises als Seitenlänge abschlägt, ist die Konstruktion eines reg. 5 Ecks schon erstaunlicher. H ist die Mitte der Strecke AB und gleichzeitig Mittelpunkt des Kreisbogens von C nach D . Die erhaltene Sehne s_5 ist die Seitenlänge des Fünfecks:

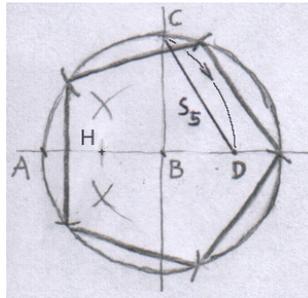


Abbildung 3: Regelmäßiges Fünfeck (Pentagon)

Abwicklung eines Drehzylinders:

Das Netz eines Zylinders mit Radius r und Höhe h besteht aus 2 Kreisen und einem Rechteck (Mantel). Die Seitenlängen des Rechtecks sind gleich dem Umfang bzw. der Höhe des Zylinders: In Abb.5 wird ein schief geschnittener Zylinder (vgl. Vorlesung 4) abgewickelt.

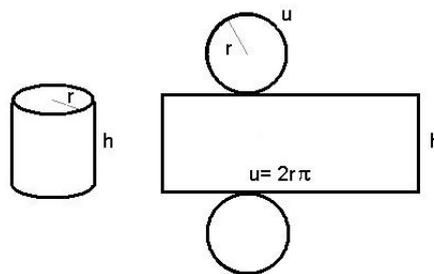


Abbildung 4: Verebnung eines Zylinders

Den halben Mantelumfang findet man, indem man ca. 3.14 mal (π) die Strecke OE in y - Richtung vom hintersten Punkt des Zylinders aus, aufträgt. Der ausgebreitete Mantel wird von einer Sinuslinie begrenzt. Der Punkt E_1 viertelt den Mantelumfang! Vertikal darüber liegt C_1 (Wendepunkt der Sinuslinie).

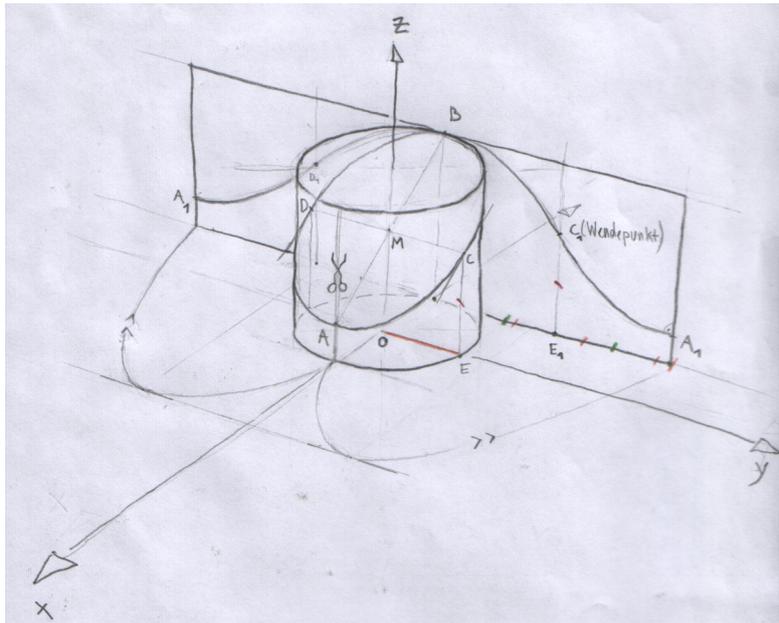


Abbildung 5: Abwicklung eines Zylinderschnitts

Abwicklung eines Drehkegels:

Der Mantel eines Drehkegels ist ein Kreissektor mit Öffnungswinkel α , welcher sich mit dem Kegelradius r und der Seitenlänge s bestimmen läßt:

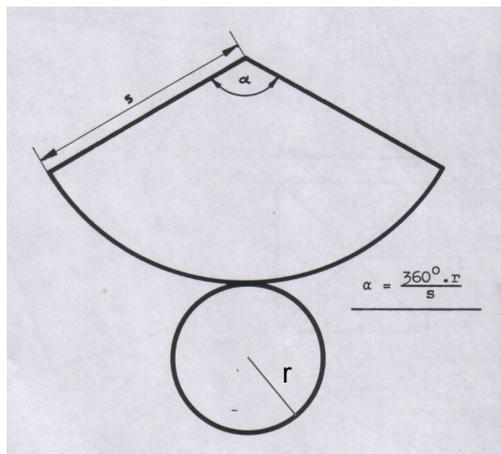


Abbildung 6: Verebnung eines Drehkegels

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot r}{s}$$

Hausübung:

Teil 1: Zeichne eine perspektivische Ansicht eines Liegestuhls, wie in Abb.7.

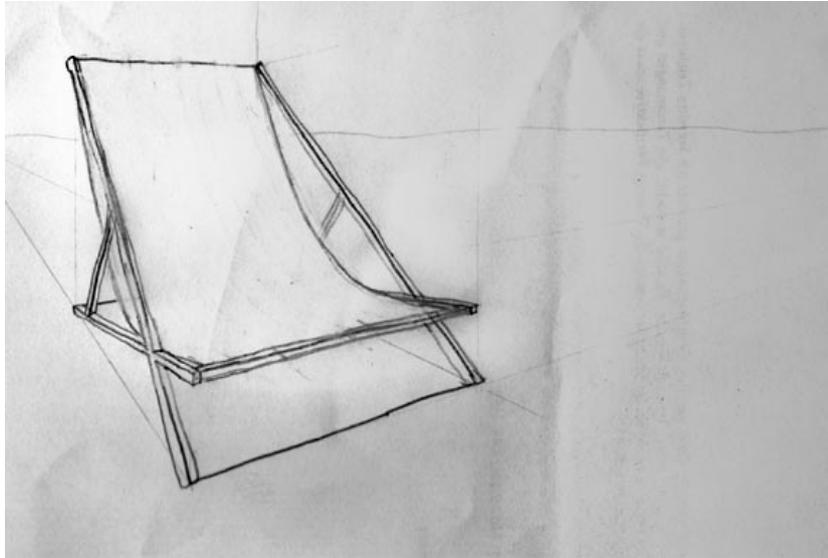


Abbildung 7: Liegestuhl in Perspektive

Teil 2: Um auf den wichtigen Umgang mit Netzen im Schulunterricht nicht ganz zu vergessen, wird folgende (altbekannte) Aufgabe gestellt. Schneide das vorliegende Netz aus Papier aus (Klebefalze nicht vergessen) und bastle das Prisma.

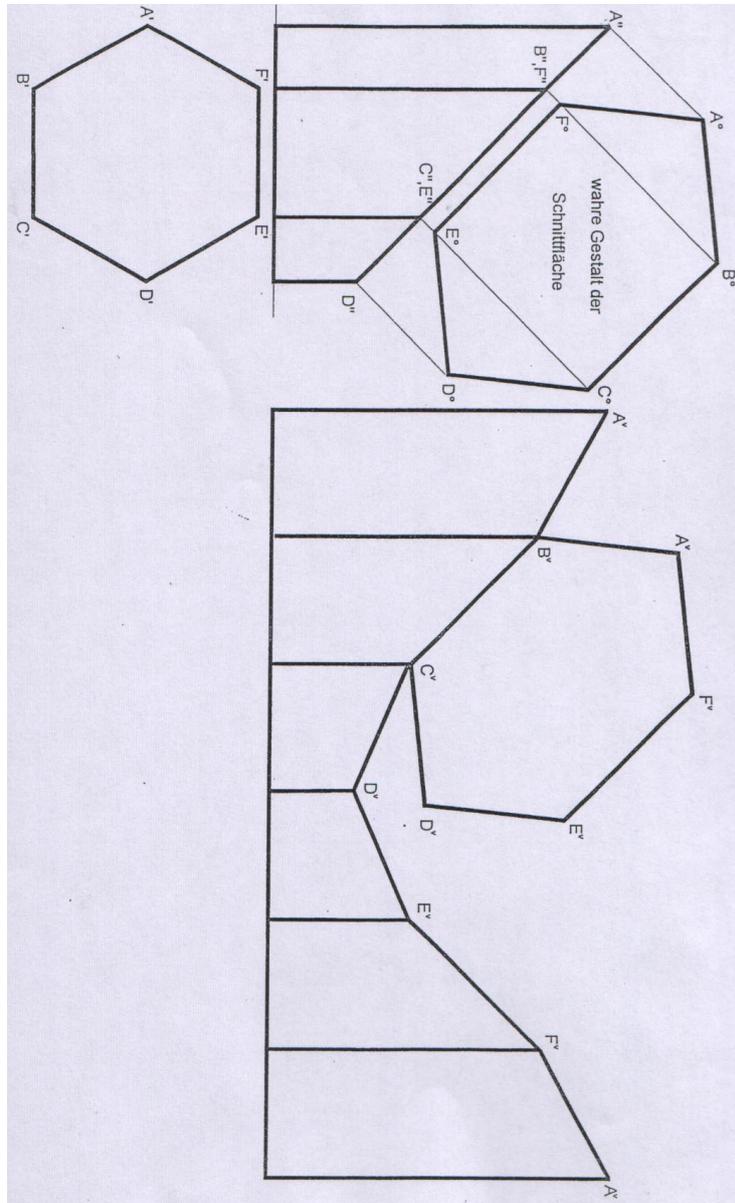


Abbildung 8: Regelmäßiges 6 - seitiges Prisma, schief geschnitten