4.Gekrümmte Flächen

Abwickelbare (einfach gekrümmte) Flächen:

Jede Fläche, die man aus einem Blatt Papier basteln kann, ohne dabei das Papier zu zerreissen, zerknüllen oder zu dehnen, heißt abwickelbare Fläche. Alle diese Flächen können generiert werden, indem man eine Ebene beliebig durch den Raum fliegen lässt und die dabei erzeugte 'Hülle' (Hüllfläche) einfängt. Daher sind abwickelbare Flächen stets aus geradlinigen Teilen (den sog. **Erzeugenden**) aufgebaut. Die zwei bekanntesten Beispiele sind Zylinder und Kegel, welche von Parallelen bzw. von Geraden durch einen festen Punkt erzeugt werden. Man spricht etwas genereller auch von *allgemeinen Zylinderflächen* bzw. *Kegelflächen*:

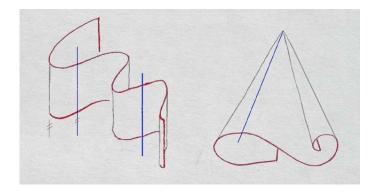


Abbildung 1: Zylinder- und Kegelfläche

Man kann sich vorstellen, dass die abgebildeten Flächen ausschließlich längs der Erzeugenden (blau eingezeichnet) 'gebogen' sind, und nennt sie darum einfach gekrümmte Flächen.

Wenn man in der Lage ist, zwischen *Umriss*- und *Randkurven* (s.Abb.1) zu unterscheiden, kann man mit freiem Auge beurteilen, ob eine Fläche abwickelbar ist oder nicht: Die Randkurven (rot) entsprechen dem Rand des verformten 'Papierblatts', die Umrisskurven (grau) hingegen jenen Teilen der Silhouette, die eben keine Randkurven sind. Falls nun eine Fläche abwickelbar ist, gilt folgendes: die Umrisskurven der Fläche sind aus **jeder Sichtrichtung geradlinig**!

Ein anderes Beispiel für eine abwickelbare Fläche ist das Möbiusband. Es entsteht

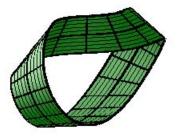


Abbildung 2: Moebiusband

durch Zusammenkleben eines um 180° verdrehten Papierstreifens:

Nicht abwickelbare (doppelt gekrümmte) Flächen:

Obwohl alle abwickelbaren Flächen durch Geraden generiert werden können, gilt die Umkehrung nicht! Die einfachsten Beispiele dafür sind das Drehhyperboloid und die Wendelfläche: Wenn man anstatt einer Geraden eine beliebige

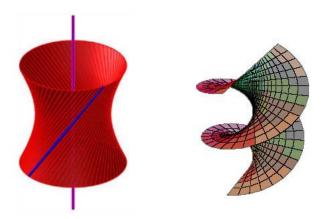


Abbildung 3: Aus Geraden erzeugte nicht abwickelbare Flächen

Kurve durch den Raum wandern lässt, so ist die einhüllende Fläche komplizierter. Als Beispiel betrachten wir eine Parabel, die entlang der roten Kurve (Leitkurve, Abb.5) parallel verschoben wird.

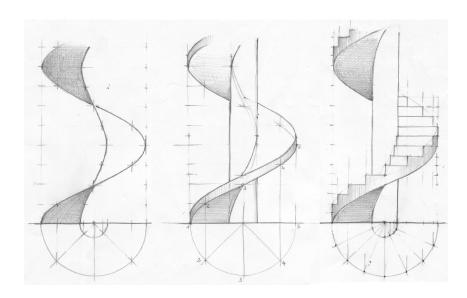


Abbildung 4: Wendelfläche und Wendeltreppe

Die Form der entstehenden Fläche hängt maßgeblich von der Wahl der Kurven ab: es entstehen gleich- oder gegensinnig gekrümmte Flächen, die in jedem Fall nicht abwickelbar sind.

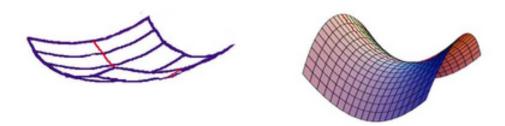


Abbildung 5: Kuppel und Sattelfläche (gleich- bzw. gegensinnig doppelt ge-krümmt)

Hausübung: Zeichne den schiefen Schnitt eines Zylinders (Abb.6).

Der Schnitt sollte den Zylinder genau halbieren. Konstruiere mindestens 8 Punkte der Schnittellipse, und nicht vergessen: Umrisspunkte U1,U2 und die wichtigsten Tangenten!

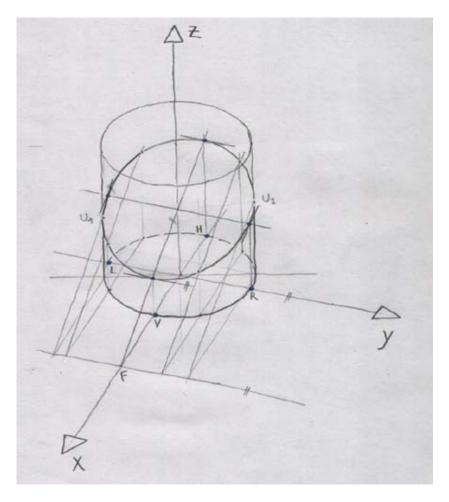


Abbildung 6: Ebener Drehzylinderschnitt (Ellipse)