

Räumliche Deutung der Koppelkurven der ebenen Geradschubkurbel

Von Dr. WALTER WUNDERLICH, Frankenhausen/Kyffh.

Durch Betrachtung eines räumlichen Bewegungssystems wird die Koppelkurve des Schubkurbelgetriebes als Parallelprojektion der Durchdringungskurve zweier Drehzylinder erkannt. Als Anwendung werden die symmetrischen Koppelkurven bestimmt.

1. Eine spezielle räumliche Bewegung

Sei xyz ein räumliches Achsenkreuz und ABC ein starres Dreieck mit den Winkeln α, β, γ . Wir betrachten folgende Bewegung: Das Dreieck bleibe ständig parallel zur xy -Ebene (die wir uns waagrecht denken) und gleite mit seinen Ecken A, B längs der yz - bzw. xz -Ebene; die Bewegung ist zwangsläufig, wenn etwa die Bahnkurve a von A vorgeschrieben ist, Bild 1.

Unser Interesse gilt der Bahnkurve c von C . Ihr Grundriß c' ist offenbar eine Ellipse, die sich als Bahn von C ergibt, wenn unser Dreieck mit den Ecken A, B längs y, x geführt wird; c liegt also auf einem z -parallelen elliptischen Zylinder Φ .

Weiteren Aufschluß über die Raumkurve c gewinnen wir, wenn wir neben einer Lage ABC unseres Dreiecks noch jene zweite betrachten, die mit der ersten den Punkt A gemein hat; die beiden Dreiecke ABC und $A\bar{B}\bar{C}$ liegen in gleicher Höhe; und B und \bar{B} sind symmetrisch bezüglich z . Die nämliche Drehstreckung um A , die B nach C und \bar{B} nach \bar{C} bringt, führt die Mitte I der Strecke $B\bar{B}$ in den Halbierungspunkt H von $C\bar{C}$ über. Hieraus folgt dreierlei (vgl. Bild 1 und 2):

1. Die Strecke $C\bar{C}$ schließt mit der x -Richtung den festen Winkel α ein; die Gesamtheit aller Strecken $C\bar{C}$ liegt mithin auf einem waagrechten Zylinder Ψ .
2. Die Strecke $I\bar{H}$ schließt mit der y -Richtung den festen Winkel β ein; alle Punkte H liegen mithin in einer Ebene ε durch z .
3. Die Strecke AH schließt mit der y -Richtung den festen Winkel α ein; der Ort aller Punkte H ist mithin eine Parallelprojektion a'' der Bahn a von A .

Damit ist die Bahnkurve c als Durchdringungskurve zweier Zylinder Φ und Ψ erkannt.

Die Ausnahmefälle $\alpha = 0$ und $\gamma = 90^\circ$ lassen sich durch Grenzübergang erledigen.

2. Schattenkonstruktion

Beleuchten wir nunmehr unser ganzes System parallel zur xz -Ebene, d. h. projizieren wir es in einer festen Richtung l auf die xy -Ebene, so vollführt hier der Schatten $A^s B^s C^s$ eine einfache ebene Bewegung, Bild 2: B^s gleitet längs der x -Achse und A^s ist an eine Kurve a^s gebunden, die als Projektion von a zu dieser affin — bei Verwendung von 45° -Beleuchtung sogar kongruent — ist. Die Bahn c^s von C^s ist aber der Schatten der vorhin abgeleiteten Raumkurve c .

War a (und damit auch a'' und a^s) eine algebraische Kurve n ter Ordnung, dann ist c als Schnitt des elliptischen Zylinders Φ mit dem Zylinder n ter Ordnung Ψ eine Raumkurve $2n$ ter Ordnung, und auch die Schattenkurve c^s hat die Ordnung $2n$.

3. Sonderfall: a als Kreis

Wählen wir in unserem räumlichen System die Bahn a als Kreis mit der Mitte auf y und setzen wir 45° -Beleuchtung l voraus, so ist unser Schattengetriebe

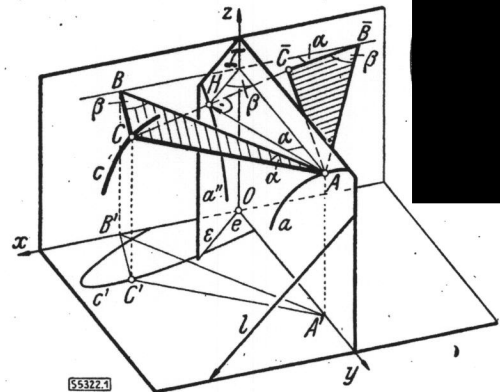


Bild 1. Räumliche Bewegung eines waagrechten Dreiecks ABC

eine geschränkte Geradschubkurbel. Nach dem eben Ausgeführten ist die Bahnkurve c eine Raumkurve 4. Ordnung, die sich als Durchdringung zweier elliptischer Zylinder ergibt; c^s ist der Schatten oder Schrägriß von c , also eine ebene Quartik. Mit Rücksicht auf affine Umformungen unter Benutzung der Tatsache, daß ε und die Erzeugendenrichtung von Ψ konjugiert sind bezüglich Φ , kann gesagt werden:

Jede Koppelkurve der Geradschubkurbel kann als Parallelriß oder Parallelschatten einer Durchdringungskurve zweier Drehzylinder mit senkrecht kreuzenden Achsen angesehen werden.

Damit erklärt sich die eigenartige Vertrautheit ihrer Erscheinung, die die Koppelkurven der Geradschubkurbel für den Darstellenden Geometer haben. Bild 3 zeigt eine derartige Koppelkurve und ihre Ableitung aus den beiden Grundellipsen a'' und c' der Zylinder Ψ und Φ (der Zeiger s ist wieder weggelassen); man beachte das Parallelogramm $CC'H'H$. In Bild 4 erscheint dieselbe Quartik als Schnittkurve zweier Drehzylinder in schiefer Achsometrie. Das zugehörige Pohlkesche Dreibein $OXYZ$ hängt auf einfachste Weise mit dem Koppeldreieck zusammen: Die Einheitsstrecken auf den Zylinderachsen fallen mit den Seiten $AB = c$ und $AC = b$ des Koppeldreiecks zusammen, während die dritte Einheitsstrecke OX aus $BC = a$ durch Schwenkung um 90° hervorgeht.

Übrigens kann die Koppelkurve niemals eine Normalprojektion der Durchdringungskurve zweier Drehzylinder sein, denn der über YZ aufgebaute Diagonalschnitt des Einheitswürfels projiziert sich als Quadrat, was in einem

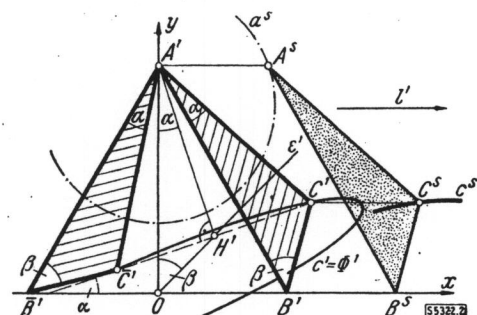


Bild 2. Schatten (Parallelriß) auf die xy -Ebene

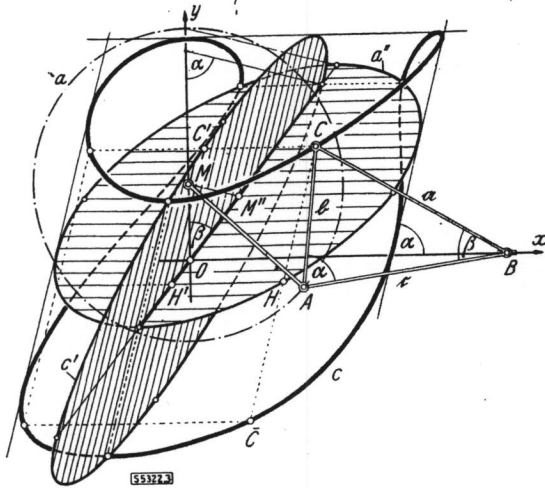


Bild 3. Ableitung der Koppelkurve c aus den Ellipsen a'' und c'

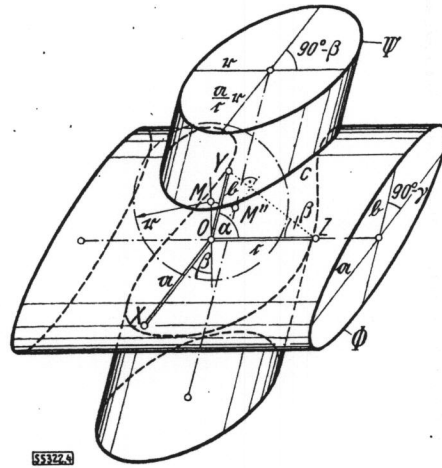


Bild 4. Dieselbe Koppelkurve als Parallelriß der Durchdringungskurve zweier Drehzylinder

Normalriß nicht möglich ist, wenn die längere Seite YZ zur Bildebene parallel liegt.

4. Symmetrieverhältnisse

Die auseinandergesetzte räumliche Deutung der Koppelkurve vermag dem Geometer manche Fingerzeige bei der Gestaltung zu geben. So führen z. B. die Umrißerzeugenden der Zylinder auf die Doppeltangenten der Kurve. Als weitere Anwendung mögen die Symmetrieverhältnisse besprochen werden.

Die Raumquartik c weist folgende Symmetrien auf:

1. Spiegelsymmetrie bezüglich der xy -Ebene,
2. schiefe Symmetrie bezüglich ε (Symmetriestrahlen waagrecht, unter dem Winkel α gegen x verlaufend),
3. schiefe axiale Symmetrie bezüglich der Spur e von ε (Symmetriestrahlen parallel zur zu ε bezüglich ϕ konguienten Ebene δ).

Diese Symmetrien gehen im allgemeinen bei der Projektion l verloren, können aber in besonderen Fällen symmetrische Koppelkurven bewirken (vgl. Bild 1, 3 und 4):

$\beta = 90^\circ$. Die Ebene ε wird projizierend, die Ellipse a'' s schrumpft auf eine Strecke der x -Achse zusammen und c^s liegt symmetrisch zu x , Symmetrierichtung a .

$\gamma = 90^\circ$. Die Ellipse c' schrumpft auf eine Strecke zusammen und wird zu einer Symmetrieachse von c^s , Symmetrierichtung x .

$\alpha = 0$ oder 180° . Die Ebene δ wird projizierend, die axiale Symmetrie von c gemäß 3 erscheint im Bild als Spiegelsymmetrie bezüglich y . Das Parallelogramm $CC'H'H$ klappt im Bild zusammen, und die Koppelkurve wird zur Additionskurve zweier Ellipsen. Sie wird sogar doppelt symmetrisch, wenn die beiden Ellipsen kongruent ausfallen, was für $b = c = r$ eintritt ($r =$ Radius des Kurbelkreises a^s).

Zusätzliche Symmetrien der Raumkurve c wirken sich natürlich auch auf die Koppelkurve aus, wie dies insbesondere im Fall der Geradschubkurbel eintritt; c ist dann nämlich auch noch zentrisch-symmetrisch bezüglich $O = M$, was sich unmittelbar auf c^s überträgt. Jede axiale Symmetrie, bedingt durch $\alpha = 0$ oder 180° , β oder $\gamma = 90^\circ$, verdoppelt sich demgemäß. [S 5322]

Aus dem Schrifttum

Bestimmung des Krümmungshalbmessers im Nockengipfel. Von G. Kraemer. Motortechn. Z. Bd. 4 (1942) S. 430/33.

Der Verfasser bietet ein Rechenverfahren für die Ermittlung des Krümmungshalbmessers aus der festgesetzten Ventilerhebungskurve, deren Scheitelkrümmung durch einen Kreis ersetzt ist, dessen Größe durch Probieren mittels Zirkels oder Schablone bestimmt wird.

Zur Frage der Austauschbarkeit von Stirnradgetrieben mit Evolventenverzahnung. Von A. Jotzoff. Z. VDI Bd. 86 (1942) S. 487/94.

Verfasser erörtert die Grundlagen und den Aufbau des Vorschlages von hier in Frage kommenden Fachgruppen für die Aufstellung von eindeutigen Bezeichnungen der Abmessungen von Zahnradern, die für die Austauschbarkeit notwendig sind. Toleranzaufbau für wirksame Zahndicke und für wirksamen

Achsenabstand. Passung der Stirnradgetriebe.

Zur Berechnung von Drehschwingungssystemen mit federndem Umlaufgetriebe. Von J. Meyer. Luftf. Forschg. Bd. 19 (1942) Nr. 6 S. 199/200.

Mit Hilfe einer einfachen quadratischen Bestimmungsgleichung werden für den einfacheren Fall des Sternmotors die beiden Dreheigenschwingungszahlen abgeleitet, die alle Besonderheiten dieser Anordnung berücksichtigen. Ein Vergleich

der Rechnungen läßt auch für den Reihemotor den Schluß zu, daß sich mit dieser Vereinfachung auch noch die erste Oberschwingung richtig erkennen läßt, wenn die Luftschraubenwelle gegenüber der Kurbelwelle sehr drehsteif ist.

Ausgeführte Werkzeugmaschinen mit Flüssigkeitsgetrieben. Von Dipl.-Ing. R. Spies. Werkzeugmasch. Bd. 46 (1942) S. 289/94.

Es werden beschrieben: Waagerechte und senkrechte Räummaschinen, Bauart Forst, und hydraulische Senkrecht-Keilnuten-Ziehmaschinen der Elbe-Werke, sämtlich mit Enor-Pumpe.

Der Flüssigkeitstrieb bietet folgende Vorteile: Sanftes Ansetzen der Räumnadel, erschütterungsfreies Arbeiten, leichte Anpassung der stufenlos regelbaren Schnittgeschwindigkeit an den Werkstoff, bequeme Regelung der Zugkraft und Vermeidung der Beschädigung der Werkzeuge, endlich einfacher Aufbau.

INHALT

| | |
|---|-----|
| Konstruktion für die räumliche Geradschubkurbel. Von Dr. phil. habil. R. Beyer VDI, Zwickau (Sachs) . . . | 133 |
| Die Verwendung des Gelenkvierecks zur Erzeugung gegebener ebener Kurven . . . | 134 |
| Räumliche Deutung der Koppelkurven der ebenen Geradschubkurbel. Von Dr. W. Wunderlich, Frankenhausen/Kyffh. | 135 |
| Aus dem Schrifttum | 136 |

Verantwortlich für den Inhalt der „Getriebetechnik“: Dr. phil. habil. R. Beyer VDI, Zwickau (Sachs), Elsasser Str. 20
Verlag: VDI-Verlag G. m. b. H., Berlin NW 7