DER VEXIERWÜRFEL VON PIET HEIN

Von
Walter WUNDERLICH, Wien

1. J.P. Tschupik hat jüngst an dieser Stelle eine ganze Serie von einfachen, nach einem einheitlichen Prinzip von einem Würfel abgeleiteten Körpern vorgestellt [1], die vorzügliches Material für Anschauungs-, Darstellungs- und Rißleseübungen im Anfangsstadium des Unterrichts in Geometrischem Zeichnen und Darstellender Geometrie bieten.

Veranlaßt durch diesen Artikel sei es mir gestattet, die Aufmerksamkeit auf einen hierzulande kaum bekannten, von dem dänischen Schriftsteller Piet Hein erdachten Vexierwürfel zu lenken, dessen sieben Teile ebenfalls für den genannten Zweck bestens geeignet erscheinen und darüber hinaus, als Bestandteile eines unter dem Namen "Soma" in den skandinavischen Ländern verbreitet gewesenen Spiels, zu eigener Beschäftigung anregen können.

Martin Gardner, der große Meister der Unterhaltungsmathematik, hat in einem seiner amüsanten und gleichzeitig belehrenden Bücher dem Soma-Set ein ganzes Kapitel gewidmet [2, S.65-77] . Er berichtet dort auch über die Entstehung des Spiels, das Hein während einer Vorlesungsstunde über Quantenphysik bei Werner Heisenberg ersann; erst im nachhinein bestätigte er seine Einsichten anhand materialisierter Einzelteile.

2. Man mag den Ausgang von derselben Frage nehmen, die auch den Erfinder geleitet hatte: Wieviele nichtkonvexe Körper lassen sich aus höchstens vier kongruenten Würfeln bilden, wenn man sie längs zusammenfallender Seitenflächen verklebt ?

Man stellt leicht fest - auch ohne greifbare Würfelelemente -, daß es genau die sieben in Abb.1 wiedergegebenen Formen sind; jede derselben weist ja wenigstens eine Hohlkante auf.

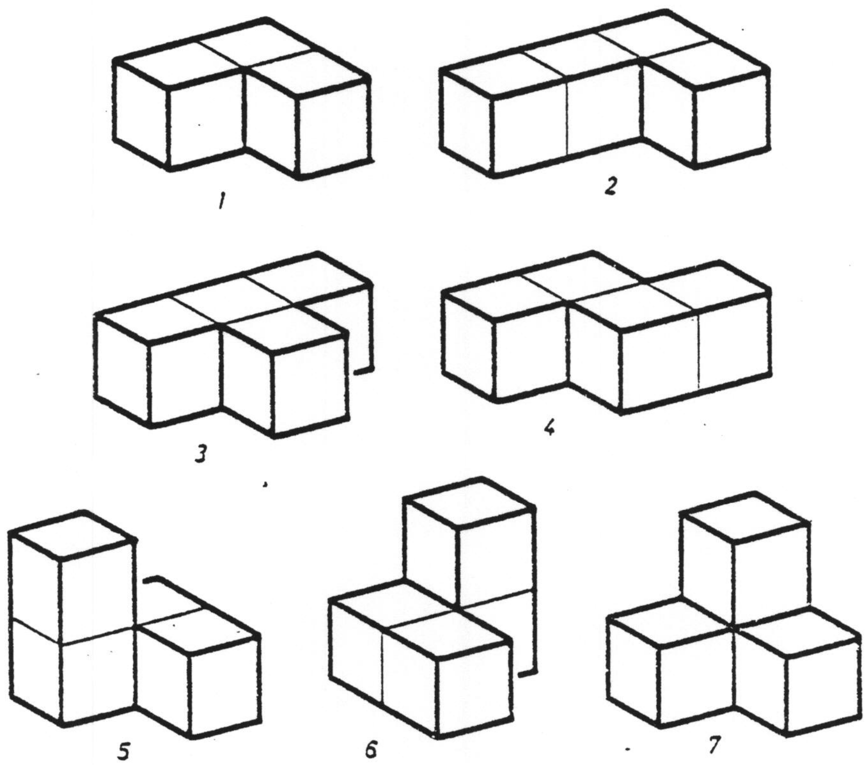

Abb.1: Die sieben Teile des Soma-Sets

An diese nützliche Vorstellungs- und Skizzierübung mögen weitere Übungen anknüpfen. So etwa die Abzählung der Hohlkanten, die Identifikation von Formen, die wahrscheinlich in unterschiedlichen Lagen festgehalten wurden, die Frage, ob man einen Teil so aufstellen kann, daß sämtliche Hohlkanten sichtbar sind oder aber keine, das Aufsuchen von Symmetrieebenen, -achsen oder -zentren u.a.m. Die Feststellung, daß die beiden gegensinnig-kongruenten Teile 5 und 6 durch bloße Bewegung nicht zur Deckung zu bringen sind, führt zur Entdeckung der beiden Schraubsinne, die im Raum zu unterscheiden sind.

3. Der Umstand, daß man zur Anfertigung aller sieben Teile insgesamt $1 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 27$ Einheitswürfel benötigt, legt die Frage nahe, ob sich diese Teile zu einem Würfel in dreifachem Maßstab zusammenfügen lassen. Dies wird viele Schüler veranlassen, die sieben Teile aus Baukastenklötzchen zusammenzukleben, um sich an der Aufgabe zu versuchen. Es empfiehlt sich, zunächst die drei nicht prismatischen Teile 5 - 7 passend anzuordnen; die restlichen Teile sind dann leichter anzufügen.

Eine Lösung zeigt Abb.2. Es werden aber wohl auch noch andere gefunden werden, denn nach Gardner [2] ist die genaue Lösungsanzahl noch gar nicht bekannt. R. K. G u y von der University of Malaya in Singapore soll eine Liste von mehr als 230 wesentlich verschiedenen Lösungen aufgestellt haben.

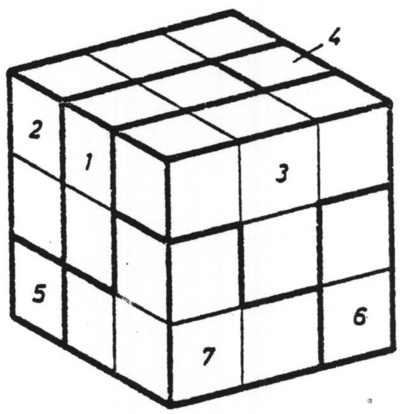

Abb.2: Soma-Würfel

Als Aufgabe kann die Herstellung einer "Explosionszeichnung" behandelt werden, welche die Lage der Einzelteile deutlicher erkennen läßt als Abb.2, obwohl schon dort von sämtlichen Teilen mindestens eine Seitenfläche zu sehen ist.

4. Das eigentliche Spiel mit den Soma-Teilen besteht nun darin, aus ihnen Gebilde ganz anderer Gestalt zusammenzusetzen, was der Phantasie weiten Spielraum eröffnet. Drei originelle Beispiele aus einer unüberschaubaren Menge von Möglichkeiten zeigt Abb.3 .

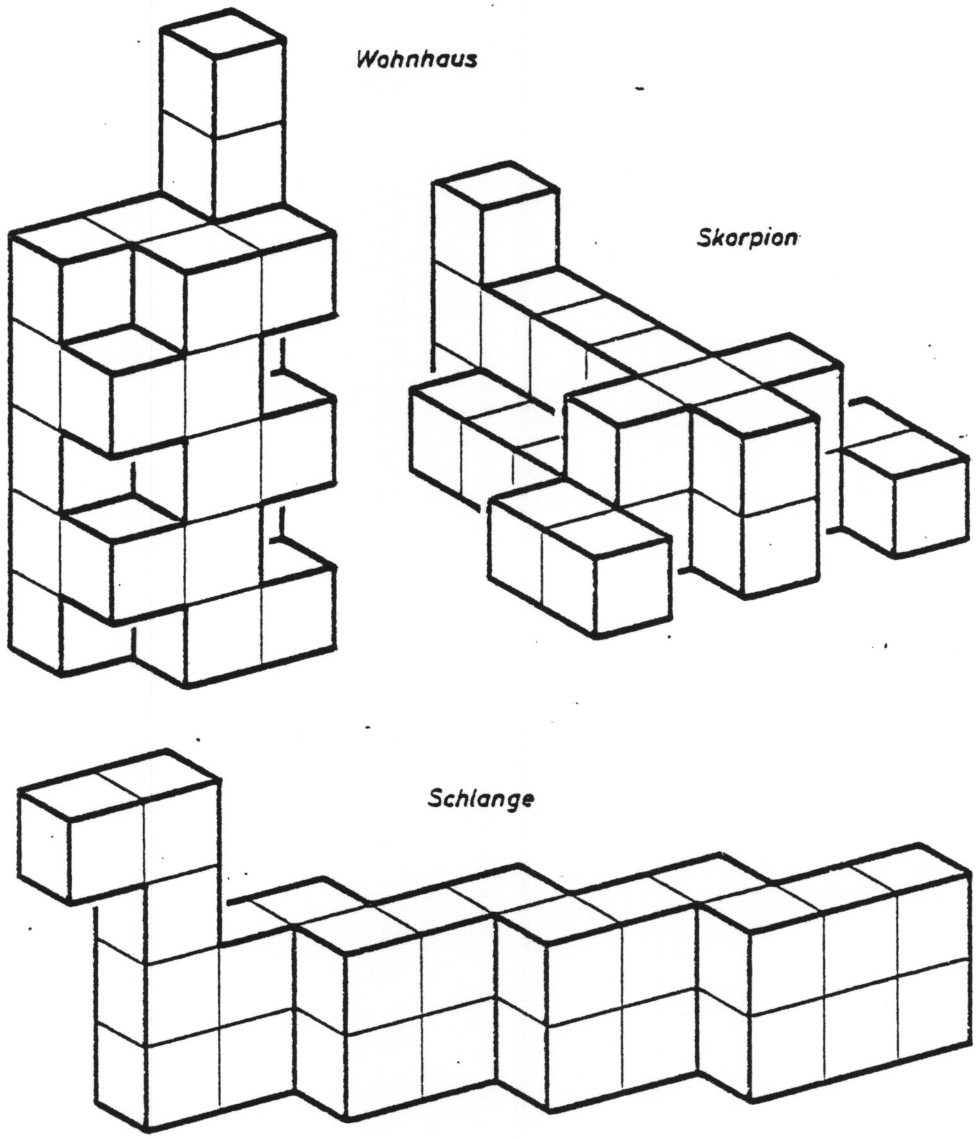

Abb. 3: Beispiele von Soma-Figuren

Der Gedanke, die Anzahl der Einheitswürfel von vier auf fünf oder gar sechs zu steigern, führt ins Uferlose und ist keineswegs anzuraten. Selbst Gardner gesteht [2], daß er ein Set von "Pentacubes", das ihm ein Leser in einer rechteckigen Schachtel geschickt hatte, nicht wieder zurückzupacken imstande war; er war ihm daher dankbar, von der Zusendung eines Sets von 166 "Hexacubes" Abstand genommen zu haben...

Literatur

[1] J.P. Tschupik: Darstellungs- und Rißleseübungen zur Einführungsphase bei Grund-, Auf- und Kreuzriß. IBDG 3/1 (1984), 43-46.

[2] M. Gardner: The 2nd Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions. Simon & Schuster, New York, 1961.