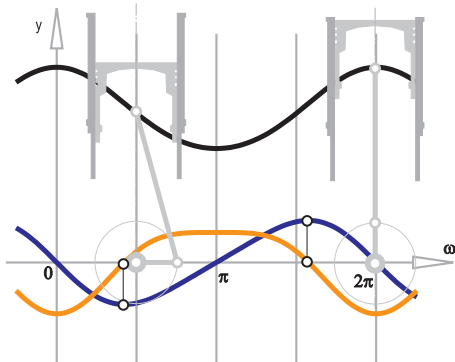


# 5 Funktionen und ihre Ableitungen



Unter einer reellen Funktion  $y = f(x)$  versteht man grob gesagt eine Zuordnungsvorschrift für eine reelle Zahl  $x$ . In der Mathematik und deren Anwendungen, aber auch in der Natur spielen einige Funktionen eine zentrale Rolle. Dazu gehören u. a. die Potenzfunktionen der Gestalt  $y = x^n$ , die Winkelfunktionen  $y = \sin x$ ,

$y = \tan x$ , etc. und die Exponentialfunktionen  $y = a^x$  und ihre Umkehrfunktionen.

Neben den mathematisch exakt bestimmten Funktionen spielen in der angewandten Mathematik auch die sog. empirischen Funktionen eine wichtige Rolle. Sie sind meist durch eine Anzahl von Messwerten (Stützstellen) festgelegt – die Zwischenpunkte werden interpoliert.

Bei der Lösung physikalischer, technischer und geometrischer Probleme benötigt man oft die „Ableitungsfunktion“  $y = f'(x)$  der Funktion. Sie lässt sich mittels einfacher Regeln der Differentialrechnung ermitteln und wird zur Beantwortung zahlreicher Probleme herangezogen.

Im Zeitalter des Computers werden Funktionen nicht nur vom Rechner dargestellt, sondern mitunter auch differenziert. Dabei ergeben sich nicht selten numerische Probleme, die erörtert werden. Insgesamt ist der Einsatz des Computers aber durchaus sinnvoll und erlaubt das Lösen von sog. transzendenten (nicht algebraischen) Gleichungen mit ausreichender Genauigkeit.

## Übersicht

5.1	Reelle Funktion und Umkehrfunktion . . . . .	158
5.2	Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion . . . . .	163
5.3	Ableitungsfunktion einer reellen Funktion . . . . .	177
5.4	Differentiationsregeln . . . . .	182
5.5	Differenzieren mit dem Computer . . . . .	197
5.6	Lösen von Gleichungen der Form $f(x) = 0$ . . . . .	198
5.7	Weitere Anwendungen . . . . .	204